

文章编号 1004-924X(2016)01-0152-08

## 30 m 望远镜三镜系统刚度分配与分析

杨 飞<sup>1,2\*</sup>, 刘国军<sup>1</sup>, 赵宏超<sup>2</sup>, 张景旭<sup>2</sup>

(1. 长春理工大学 高功率半导体激光国家重点实验室, 吉林 长春 130022;

2. 中国科学院 长春光学精密机械与物理研究所, 吉林 长春 130033)

**摘要:**为满足 30 m 望远镜(TMT)三镜系统(M3S)对质量和刚度的要求,研究了合理分配该系统各部分刚度的方法。针对 M3S 的第一阶谐振频率不小于 15 Hz 的要求,本文基于 M3S 的结构组成对模型进行适当地简化,然后使用前期设计数据建立了四质量点弹簧-质点模型。研究了三镜支撑系统支撑刚度的组成,使用特征值反解的方法得到了简化模型在 6 个广义方向上的刚度矩阵。最后,给出了系统中所有弹簧代表的刚度,并将这一简化模型和计算结果用来指导后期的结构设计和控制设计。使用运动学仿真软件 Adams 对分配结果进行了验证,验证结果显示,M3S 各部分刚度配比合理,系统的基频能够达到 15.1 Hz,满足设计要求。采用本文的刚度分配方法,可以有效地提高系统设计的效率与合理性。

**关键词:**30 m 望远镜;三镜系统;弹簧-质点模型;特征值反解;第一阶谐振频率;有限元方法

**中图分类号:**TH751 **文献标识码:**A **doi:**10.3788/OPE.20162401.0152

## Stiffness allocation and analysis of TMT M3S

YANG Fei<sup>1,2\*</sup>, LIU Guo-jun<sup>1</sup>, ZHAO Hong-chao<sup>2</sup>, ZHANG Jing-xu<sup>2</sup>

(1. State Key Laboratory of High Power Semiconductor Laser,  
Changchun University of Science and Technology, Changchun 130022, China;

2. Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics,  
Chinese Academy of Sciences, Changchun 130033, China)

\* Corresponding author, E-mail: yangflying@163.com

**Abstract:** To meet the requirements of the Tertiary Mirror System (M3S) in a Thirty Meter Telescope (TMT) for mass and stiffness, how to allocate rationally the stiffness for different parts in the system was researched. As the first-order resonant frequency of M3S should not be less than 15 Hz, the composition of M3S was researched, then a four-point lumped-mass model was established by the pre-designed data. Furthermore, the stiffness of the mirror support system was calculated, and an eigenvalue inverse solution was used to obtain the stiffness matrix of a simplified model in six global directions. Finally, stiffness of all springs in the system was given, and the simplified model and the calculated results were used to guide the structure design and control design later. The simulation software Adams was used to verify the stiffness allocation and analysis process. The results show that the stiffness allocation of the M3S is reasonable and the first modal frequency of the system can achieve to 15.2 Hz, which meets the design requirements. With the stiffness allocation, the system

收稿日期:2015-03-20;修订日期:2015-05-15.

基金项目:国家自然科学基金资助项目(No. 11403022);中国科学院三期创新工程重大专项资助项目(No. Y3J32GE130)

design can offer higher efficiency and rationality.

**Key words:** Thirty Meter Telescope (TMT); Tertiary Mirror System (M3S) lumped-mass model; inverse eigenvalue problem; first modal frequency; Finite Element Method (FEM)

## 1 引 言

从 20 世纪 90 年代开始,共有 13 架 6 m 以上口径的光学红外望远镜建成和投入使用<sup>[1]</sup>。一方面,口径增长带来了望远镜整体重量的大幅度提高。据统计,1990 年以后使用的大口径望远镜系统中,2 m 级的系统总重一般在 20~40 t,3 m 级以上的系统总重一般在 70 到几百吨<sup>[1]</sup>;另外,大口径地基光电望远镜的观测目标一般是系外恒星,需要望远镜通过轴系的协调运动克服地球自转(15"/s)的影响,具有速度低、精度高的特点。为了提高观测设备的动态响应能力,实现结构的低重量惯量、高刚度和高精度,设计之初进行系统级的刚度分配工作尤其重要。项目开展前期,平衡各结构件刚度指标,保证系统动态响应能力的前提下,对各组件提出合理刚度需求为刚度分配的目标。

系统一阶谐振过低会导致系统控制带宽过窄,严重影响系统响应速度。依据控制系统要求,M3S(M3 System)的第一阶谐振频率需大于等于 15 Hz<sup>[2-3]</sup>,而在受限的设计空间和苛刻的质量要求下达到这一指标比较困难;另外系统所表现出的动力学性能与其每个组件的刚度密不可分,为此,进行合理的刚度分配是必不可少的。一方面,某些组件刚度过高,势必增加许多不必要的质量;另一方面,由于空间限制等因素影响,部分结构件刚度难以达到,需要适当降低要求,以减小设计难度。刚度分配就是从系统级要求出发,通过逐级地分配最终给出各零件的设计指标,最终指导结构设计。

30 m 望远镜(Thirty Meter Telescope, TMT)计划是由美国加州理工学院、加州大学系统和加拿大大学天文研究联盟联合发起的国际合作项目<sup>[1]</sup>。目前参与的国家包括中国、加拿大、日本和印度等,中国科学院长春光学精密机械与物理研究所承担了三镜系统的设计与制造工作。该项目计划于夏威夷莫纳克亚峰建造一个世界领先的 30 m 巨型光学——红外观测设备,其集光面积大约为 650 m<sup>2</sup>,观测波段为 0.3~28 μm。TMT 三镜为椭圆形平面镜,长轴为 3.594 m,短轴为 2.536 m。由于经三镜反射后的光线的轴线

不一定与俯仰轴轴线重合,因此,当三镜面向不在望远镜俯仰轴上的设备工作时,需要三镜系统具有跟踪和瞄准的功能。所以,三镜系统在功用和使用方法上可简单等同于一台随 TMT 望远镜俯仰轴运动的具有高指向精度与高稳定性的地平式望远镜系统。

## 2 三镜系统的组成及简化

### 2.1 三镜系统组成

TMT 三镜系统(M3S)主要由三镜镜室组件(M3 Cell Assembly, M3CA)和三镜指向跟踪组件(M3 Positioner Assembly, M3PA)<sup>[1]</sup>组成。M3CA 的设计采用了被动支撑原理。底支撑部分使用 18 点 Whiffletree 结构形式进行支撑;侧支撑使用 12 点 Whiffletree 结构形式进行支撑<sup>[2-3]</sup>,其支撑原理如图 1 所示。

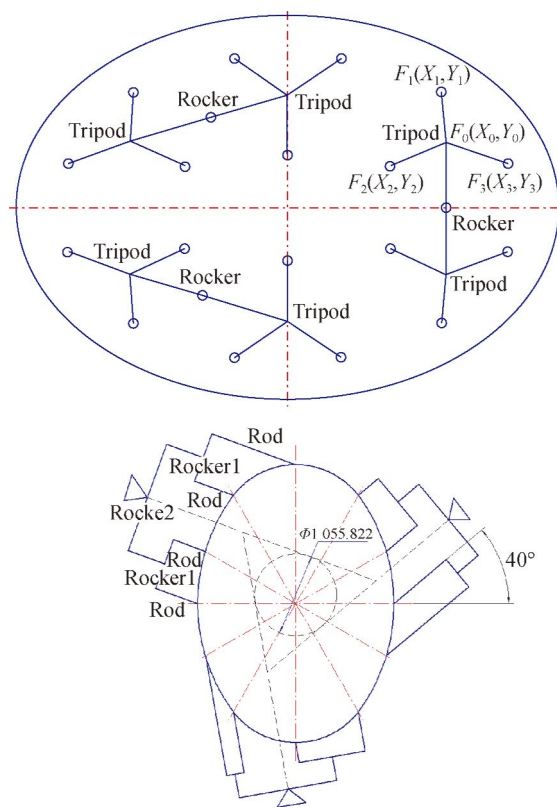


图 1 三镜支撑设计原理

Fig. 1 Design principle of support system for M3

M3PA 在结构上类似于传统的地平式结构,主要由控制方位转动的 Rotator 轴和控制三镜倾斜的 Tilt 轴 2 个轴系组成。M3S 三维结构如图 2 所示。其中,用以连接 M3CA 与 M3PA 的结构称为托架,其功能类似于地平式望远镜的四通。

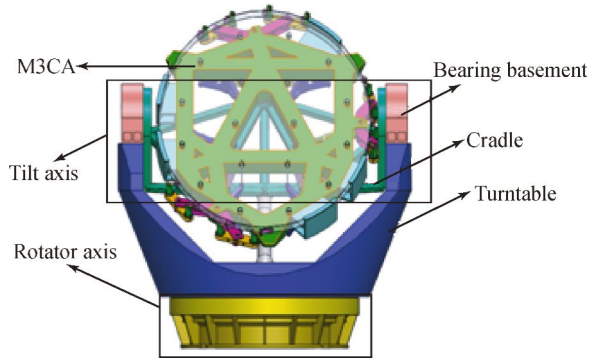


图 2 三镜系统结构组成

Fig. 2 Configuration of M3S Structure

## 2.2 系统模型简化

随着望远镜口径的增大,望远镜本身的尺寸逐渐增大,结构也愈加复杂,这就带来了刚度与质量的矛盾<sup>[1]</sup>。大口径地基望远镜中,一方面需要严格控制质量以节约成本,另一方面又不断提高结构的刚度,以满足控制系统的要求。当三镜法线指向天顶时,根据三镜系统的三维设计可以抽象出其基本结构,如图 3 左图所示。

在结构上三镜系统可以简化为一系列由弹性元件和惯性元件组成的链式系统。该系统称之为弹簧-质点模型,它是完整模型的简化形式,在动力学性能上能够代表全模型的部分性能,所以系统简化时需要包含足够多的信息。而实际上,机械振动系统一般都较为复杂,为了节省运算量和降低分析难度,必须去除次要因素,主要分析关键因素,最终将完整模型简化和抽象为动力学模型<sup>[4-7]</sup>。简化得到的弹簧-质点模型的复杂程度取决于原模型本身的复杂程度、对仿真结果的准确性需求和所采用的计算方法等。

另外,弹簧-质点模型在前期控制系统建模中也发挥着巨大的作用。首先是使用弹簧-质点模型能够方便地进行前期控制仿真,以便进行控制系统设计;其次,所建立的控制系统能够与后期有限元详细模型以及光机耦合软件共同搭建大型望远镜仿真平台,实现对系统全面、详细、准确和可

靠的分析。其中,控制系统建模对简化模型提出以下要求:仅考虑系统频域前三、四阶模态值,所以弹簧-质点模型至少包含 4 个质量点;系统的模态振型以及模态频率是系统全局特性的表征,对全局特性影响较小的局部振动可以忽略<sup>[7]</sup>。

根据以上要求,模型简化还需满足以下假设:结构是理想的线弹性体;满足小变形理论;忽略结构的 P- $\Delta$  效应;忽略梁的翘曲效应<sup>[8][9]</sup>。遵循以上假设的前提下,模型简化遵循以下原则:连续且具有相同拓扑特征的结构部件视为一个具有分布质量的弹簧,不参与结构支撑的大质量部件作为质量点近似。结构件进一步简化为理想弹簧和等效质量的组合。根据简化原则将三镜系统简化为四质量点弹簧-质点模型,如图 3 右图所示。其中 K1 代表基础的刚度, K2 代表叉臂的刚度, K3 代表托架的刚度, K4 代表三镜支撑系统的刚度。这个弹簧-质点模型就是此后振动分析的力学模型。

此弹簧-质点模型共包含了 4 个质量点, 4 个弹簧。分析不同广义方向上的振动时,给模型赋以该广义方向上的质量属性和刚度。通过前期的概念设计模型可以近似计算得到每个方向上的质量参数如表 1 所示。

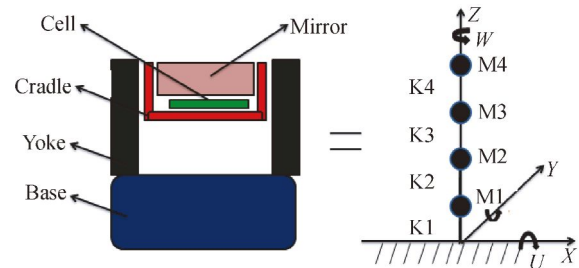


图 3 三镜系统的简化模型

Fig. 3 Simplified model of M3S

表 1 三镜系统的质量属性列表

Tab. 1 Mass distribution of M3S

	M1	M2	M3	M4
X/kg	3 425	1 937	2 888	1 800
Y/kg	3 425	1 937	2 888	1 800
Z/kg	3 400	2 279	2 421	1 800
U/(kg · m <sup>2</sup> )	31 989	14 468	3 482	1 464
V/(kg · m <sup>2</sup> )	31 989	14 468	4 355	730
W/(kg · m <sup>2</sup> )	3 243	5 632	3 953	2 190

### 2.3 支撑系统的支撑刚度

TMT 三镜支撑系统采用被动支撑技术,底支撑与侧支撑通过柔性件进行解耦。另外,考虑到装配误差和温度对镜面面形的共同影响,镜子支撑的刚度不能过大。所以在镜子支撑设计上,保证足够的刚度和良好的面形是相互矛盾的。为了保证成像质量,一旦完成支撑的刚度设计,就不能再进行大范围的调整。所以弹簧-质点模型的刚度  $K_4$  间接由三镜面型各项指标得到,其详细数据如表 2 所示,此时, M3CA 的模型与约束如图 4 所示。

表 2 M3CA 刚度设计结果

Tab. 2 Stiffness design for M3CA

Direction	Modal frequency calculated in M3CA design	Stiffness
X	22.1 Hz	3.47E7 N/m
Y	22.4 Hz	3.57E7 N/m
Z	40.2 Hz	1.16E8 N/m
U	26.2 Hz	3.97E7 Nm/rad
V	26.3 Hz	1.99E7 Nm/rad
W	17.1 Hz	2.53E7 Nm/rad

## 3 三镜系统刚度分配

### 3.1 基于 Dunkerley 公式的系统基频简化

当弹簧-质点模型在某一确定方向上振动,不考虑阻尼和外力的作用时,根据经典振动理论可以得到振动方程为<sup>[9-10]</sup>:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}\mathbf{x} = 0. \quad (1)$$

研究系统的固有频率时,系统中各质量点的同步运动是研究重点所在<sup>[10]</sup>。系统在基频下振动时,系统中所有质量点振动的相位相同,频率一致<sup>[10-11]</sup>。此时可以设系统中各质量点的运动为<sup>[19]</sup>:

$$\mathbf{x} = \boldsymbol{\phi} \sin(\omega t + \varphi), \quad (2)$$

其中: $\boldsymbol{\phi}$ 为相应质量点振动幅值的列向量。将其带入式(1)后整理有:

$$(\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M})\boldsymbol{\phi} = 0. \quad (3)$$

这一方程具有非零解  $\boldsymbol{\phi}$  的充要条件为其系数的行列式为零,此时有:

$$|\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M}| = 0. \quad (4)$$

另外,根据载荷与变形的关系,系统受载后的变形可表示为:

$$\mathbf{x} = \mathbf{F}\mathbf{P}, \quad (5)$$

其中: $\mathbf{F}$ 为柔度矩阵, $\mathbf{P}$ 表示载荷矩阵。当考虑振动时,此式可表达为<sup>[10]</sup>:

$$\mathbf{x} = \mathbf{F}(\mathbf{P} - \mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}}). \quad (6)$$

忽略阻尼且外力为零时,有:

$$\mathbf{F}\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{x} = 0. \quad (7)$$

将式(2)带入式(8)整理:

$$(\mathbf{K}^{-1}\mathbf{M})\boldsymbol{\phi} = \frac{1}{\omega^2}\boldsymbol{\phi}. \quad (8)$$

记  $n$  阶方阵的动力矩阵为  $\mathbf{A}$ , 则有:

$$\mathbf{A} = \mathbf{F}\mathbf{M} = \mathbf{K}^{-1}\mathbf{M}, \quad (9)$$

则式(3)和式(8)使用  $\mathbf{A}$  表示后可简写为:

$$\mathbf{A}\boldsymbol{\phi} = \lambda\boldsymbol{\phi}, \quad (10)$$

其中:

$$\lambda = \frac{1}{\omega^2}. \quad (11)$$

式(10)的特征方程可表示为:

$$|\mathbf{A} - \lambda\mathbf{I}| = 0. \quad (12)$$

将式(12)左侧展开,有:

$$(-1)^n [\lambda^n - (a_{11} + a_{22} + \dots + a_{nn})\lambda^{n-1} + \dots + (-1)^n |\mathbf{A}|] = 0,$$

式中: $a_{ii}$ 表示动力矩阵  $\mathbf{A}$  的第  $i$  个主对角元素。由代数方程理论可知<sup>[21]</sup>:

$$\lambda_1 + \dots + \lambda_n = a_{11} + a_{22} + \dots + a_{nn}.$$

上式右端是动力矩阵  $\mathbf{A}$  的主对角线元素之和,在线性代数中称为矩阵的迹,记为  $\text{tr}\mathbf{A}$ , 于是有:

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i = \text{tr}\mathbf{A}. \quad (13)$$

当质量阵  $\mathbf{M}$  为对角阵时,矩阵  $\mathbf{A}$  的迹可以表示为<sup>[20]</sup>:

$$\text{tr}\mathbf{A} = \text{tr}(\mathbf{F}\mathbf{M}) = f_{11}m_1 + f_{22}m_2 + \dots + f_{mm}m_n, \quad (14)$$

其中: $f_{ii}$ 和  $m_i$ 分别为柔度矩阵  $\mathbf{F}$  和质量阵  $\mathbf{M}$  主对角线上的元素。 $f_{ii}$ 表示第  $i$  个质点上受单位力时发生的变形。所以,当系统中仅保留第  $i$  个质点时,则系统由多自由度系统减缩为单自由度状态,此时,系统的模态频率为<sup>[19]</sup>:

$$\mathbf{P}_i^2 = \frac{K_i}{m_i} = \frac{1}{f_{ii}m_i}, \quad (15)$$

其中:  $f_{ii}$  可通过弹簧串联公式表示:

$$f_{ii} = \frac{1}{K} = \frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2} + \dots + \frac{1}{K_i}. \quad (16)$$

将式(15)、(16)带入式(13)有:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n \frac{1}{\omega_i^2} &= \frac{1}{P_1^2} + \frac{1}{P_2^2} + \dots + \frac{1}{P_n^2} = \\ \sum_{i=1}^n f_{ii} m_i &= m_1 \left[ \frac{1}{K_1} \right] + m_2 \left[ \frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2} \right] + \\ m_3 \left[ \frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2} + \frac{1}{K_3} \right] &+ m_4 \left[ \frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2} + \frac{1}{K_3} + \frac{1}{K_4} \right]. \end{aligned} \quad (17)$$

令:

$$\frac{1}{q_i^2} = \frac{m_i + \dots + m_n}{K_i},$$

则式(17)可改写为:

$$\sum_{i=1}^n \frac{1}{\omega_i^2} = \frac{1}{q_1^2} + \frac{1}{q_2^2} + \frac{1}{q_3^2} + \frac{1}{q_4^2}. \quad (18)$$

其中:  $q_i$  代表系统仅保留第  $i$  个弹簧以及其以上所有质量组成的单自由度系统的模态频率。假设系统的第一阶模态频率远低于第二阶模态频率, 式(18)可进一步简化为<sup>[10]</sup>:

$$\frac{1}{\omega_1^2} \approx \frac{1}{q_1^2} + \frac{1}{q_2^2} + \frac{1}{q_3^2} + \frac{1}{q_4^2}. \quad (19)$$

这是将 Dunkerley 公式继续推导得到的最终形式, 本文将把这一结论应用到 TMT 三镜系统刚度分配中。

### 3.2 基于 Dunkerley 简化公式的特征值向量估计

望远镜由诸多的惯性单元和弹性单元构成。其中每一个弹性单元都有一个自身的刚度属性  $k_n$ 。如果单纯的将这些弹性单元串联, 则其所构成的弹性元件本身的刚度  $k$  可以使用式(16)进行表示。根据系统动力学中: 如果设计一个拥有  $n$  个弹性元件的结构达到某一预期刚度, 其每个弹性元件的刚度在期望上都需要高于等于  $n$  倍的刚度指标; 刚度设计时, 整体结构的刚度受最小刚度元件的影响最大, 而对于刚度较大的元件的刚度不敏感, 所以取刚度分配方法一致<sup>[11]</sup>。

同样, 考虑到  $q_1, q_2, q_3, q_4$  以及  $\omega_1$  均为大于或等于 15 的实数, 且式(19)与式(16)结构相同, 所以刚度分配方法一致。分配原则为: 每一个单自由度模型的模态频率都需要高于  $n^{1/2}$  倍的系统模态频率; 同样, 整个系统受模态频率最低的单自由度模型影响最大, 所以各个单自由度系统的模态频率应尽量相等。

为满足控制系统需求和提供三镜光学系统一个稳固的基础, TMT 要求 M3S 整体的谐振频率不小于 15 Hz。基于 Dunkerley 公式开展刚度分配工作, 子系统基频应尽量相等。其中  $q_i$  由三镜支撑设计决定, 则有  $q_1 = q_2 = q_3$ , 则由式(19)得:

$$q_1 = q_2 = q_3 = \sqrt{\frac{3}{\frac{1}{\omega_1^2} - \frac{1}{q_4^2}}}. \quad (20)$$

将计算结果带入各个子系统求取弹簧的刚度  $K$ , 并将  $K$  以及  $\omega_1$  带入式(3)即可求得特征值向量  $\phi$ 。

### 3.3 基于经典振动方程的系统基频准确表达

望远镜系统可以简化为一个多质量点的弹簧-质点模型。系统在基频下振动时, 系统中所有质量点振动的相位相同, 频率一致<sup>[11]</sup>, 此时有:

$$x_i = u_i \sin(\omega t), \quad (21)$$

其中:  $\omega$  是系统的固有圆频率,  $u_i$  代表第  $i$  个质点振幅。将式(21)带入式(1)整理有:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\omega^2} &= \frac{K_1 u_1}{K_1 u_1} \times \frac{\sum_{j=1}^4 M_j}{K_1} + \frac{K_2 (u_2 - u_1)}{K_1 u_1} \times \frac{\sum_{j=2}^4 M_j}{K_2} + \\ \frac{K_3 (u_3 - u_2)}{K_1 u_1} &\times \frac{\sum_{j=3}^4 M_j}{K_3} + \frac{K_4 (u_4 - u_3)}{K_1 u_1} \times \frac{M_4}{K_4}. \end{aligned} \quad (22)$$

式(22)共有 4 项, 每一项都由两部分组成, 第一部分是第  $j$  级弹簧最大的弹性力与第一级弹簧最大弹性力之比。第二部分为第  $i$  个弹簧以及其所承载的所有质量点的质量构成的一阶系统的圆频率的平方倒数。式(22)可以简化为:

$$\frac{1}{\omega^2} = \sum_{i=1}^4 \frac{a_i}{p_i^2}, \quad (23)$$

其中:  $a_i = \frac{K_i (u_i - u_{i-1})}{K_1 u_1}$ 。

这一表达在形式上与估计系统基频的 Dunkerley 公式非常相近, 但增加了一项系数。当系统在基频下运动到一侧极限位置时, 根据牛顿第二定律有:

$$K_i (u_i - u_{i-1}) = \omega^2 (M_i u_i + M_{i+1} u_{i+1} + \dots + M_n u_n),$$

则权值系数  $a_i$  可变换为:

$$a_i = \frac{\sum_{j=i}^4 u_j M_j}{\sum_{j=1}^4 u_j M_j} < 1. \quad (24)$$

使用  $a_i$  修正一阶系统的圆频率,可得  $p'_i$  为:

$$p'_i = \frac{p_i}{\sqrt{a_i}} \quad (25)$$

### 3.4 特征向量估计

将使用 Dunkerley 简化公式计算得到的  $\phi$  带入(21)和(23)式后,进行迭代,直至迭代稳定,此时,特征值向量如表 3 所示。

表 3 特征值向量列表

Tab. 3 Eigenvalue Vector table

	X 向 振动	Y 向 振动	Z 向 振动	U 向 振动	V 向 振动	W 向 振动
$u_1$	0.16	0.17	0.22	0.14	0.14	0.11
$u_2$	0.39	0.40	0.53	0.39	0.39	0.24
$u_3$	0.67	0.68	0.90	0.81	0.81	0.45
$u_4$	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00

### 3.5 刚度计算

取 15 Hz 所对应的圆频率作为弹簧-质点模型的一个特征值,取  $\phi$  作为特征值向量。同时,为匹配由表 2 确定的  $K_4$  的刚度,给定特征值向量  $\phi$  时, $\phi$  的第四项需重新表达为:

$$\phi = [u_1 \quad u_2 \quad u_3 \quad X]^T,$$

$$X = \frac{K_4 u_3}{K_4 - \omega^2 M_4}.$$

求解方程(4)有:

$$K_i = \frac{\lambda \cdot M_i \cdot u_i + K_{i+1} \cdot u_{i+1} - K_{i+1} \cdot u_i}{u_i - u_{i-1}}, \quad (26)$$

其中:  $u_0 = 0$ 。

计算后可以得到刚度分配的初步结果,如表 4 所示。

由表 4 可以看出,系统越靠近基础的部件刚度越高,符合结构刚度分布规律。另外,为照顾薄弱环节,可通过特征值向量的微调实现刚度的重新分配。刚度合理估计与分配后可以指导此后结构设计。值得一提的是,刚度分配属于前期工作,对系统进行粗略的简化及建模,并不能作为严格的设计指标,相应的数值需要在后期详细设计中不断修正。同样,刚度分配模型可以用来指导控制系统的初步仿真和控制方案的选型,在控制系统后期的设计中,需要以实际模型的实测参数建立相对较精确的控制模型。

表 4 刚度分配结果

Tab. 4 Stiffness allocation results

	$K_x \times 10^8$ /(N·m <sup>-1</sup> )	$K_y \times 10^8$ /(N·m <sup>-1</sup> )	$K_z \times 10^8$ /(N·m <sup>-1</sup> )	$U \times 10^8$ /(Nm·rad <sup>-1</sup> )	$V \times 10^8$ /(Nm·rad <sup>-1</sup> )	$W \times 10^8$ /(Nm·rad <sup>-1</sup> )
$K_1$	4.49	4.44	3.40	13.63	13.24	10.68
$K_2$	1.73	1.71	1.30	3.53	3.43	5.06
$K_3$	0.86	0.85	0.58	0.79	0.77	2.03
$K_4$	0.35	0.36	1.15	0.40	0.20	0.25

## 4 仿真分析

### 4.1 运动学模拟

使用以上实际作用质量及刚度分配结果在运动学模拟软件 ADAMS 中建立弹簧-质点模型如 4 所示。其中模型中共包含 5 个质量点(Yoke 根据结构划分为两个质量点),每个质量点含有 6 个方向的自由度,所以模型中共使用了 30 个弹簧进行约束。

根据振动理论可知,系统模态数量与自由度数量相同<sup>[13]</sup>。为此,在 ADAMS 环境进行仿真求解,系统前四阶振型如图 5 所示,系统前 6 阶模态频率如表 5 所示。

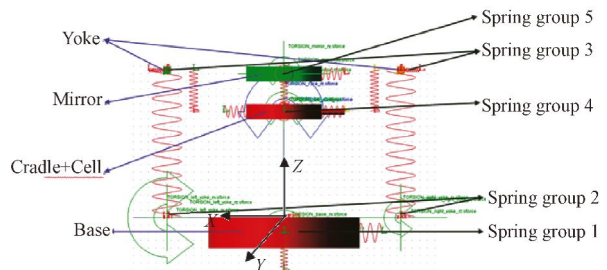


图 4 ADAMS 弹簧-质点模型

Fig. 4 Model in ADAMS

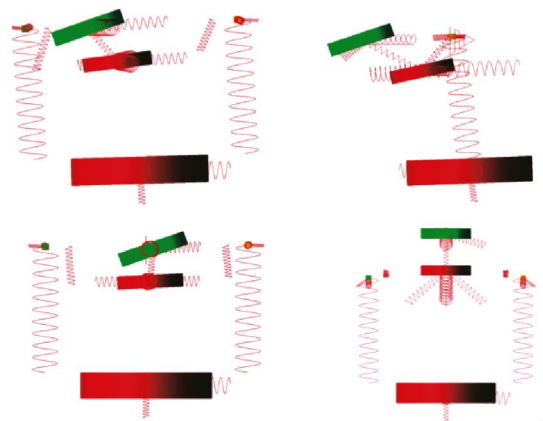


图 5 简化模型前四阶模态振型

Fig. 5 The first fourth Modal shapes

表 5 简化模型前 6 阶模态频率

Tab. 5 Frequencies of the first six modal shapes

模态	1	2	3	4	5	6
频率/Hz	15.1	15.2	16.3	16.7	17.1	17.3

仿真结果显示,计算结果与刚度分配的初始条件吻合良好。因此,上述实际作用质量阵和刚度分配结果能够用来指导结构设计和控制设计。

#### 4.2 驱动系统响应仿真

简化得到的弹簧-质点模型可以用来指导 Rotator、Tilt 轴驱动设计。其中式(3)代表的二阶系统可使用状态空间表达:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{X}} &= \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{B}\mathbf{U}, \\ \mathbf{Y} &= \mathbf{C}\mathbf{X} + \mathbf{D}\mathbf{U}. \end{aligned} \quad (26)$$

其中: $\mathbf{A}$ 、 $\mathbf{B}$ 、 $\mathbf{C}$ 和 $\mathbf{D}$ 代表系统特性的矩阵, $\mathbf{X}$ 代表系统节点的位置或速度向量, $\mathbf{U}$ 代表力或力矩的输入向量, $\mathbf{Y}$ 代表系统的输出向量。

Rotator 轴驱动模型数据采用 W 向振动模型,其中质量属性如表 1 所示,刚度属性如表 4 所示。在 Simulink 中建立模型,将驱动位置的刚度设为零( $K_1=0$ ),并进行线性系统仿真,传递函数 Bode 图如图 6 所示。为模拟驱动系统特性, Rotator 轴的转动自由度必须放开,所以 Bode 图中第一个出现的是反谐振点,并紧跟一个谐振峰<sup>[15]</sup>,谐振频率大约为 15.7 Hz。

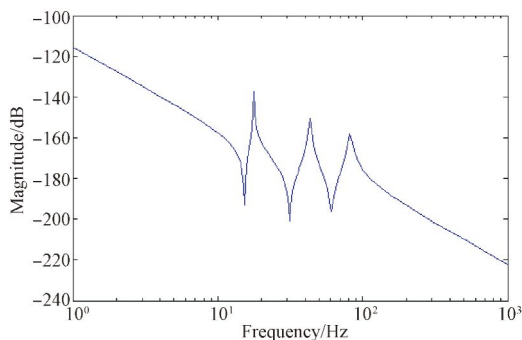


图 6 Rotator 轴驱动系统位置响应 Bode 图  
Fig. 6 Bode diagram of Rotator axis response

#### 参考文献:

- [1] 张景旭. 地基大口径望远镜系统结构技术综述[J]. 中国光学, 2012(4): 327-336.  
ZHANG J X. Overview of structure technologies of large aperture ground-based telescopes [J]. *Chinese Optics*, 2012(4): 327-336. (in Chinese)
- [2] TMT GROUP. Design requirements document for

Tilt 轴驱动系统建模数据采用 U 向振动模型,质量属性如表 1 所示,刚度属性如表 4 所示。在 Simulink 中建立模型,将驱动位置的刚度设为零( $K_2=0$ ),并进行线性系统仿真,传递函数如图 7 所示。Bode 图中第一个出现的是反谐振点,并紧跟一个谐振峰,谐振频率大约为 17.4 Hz。

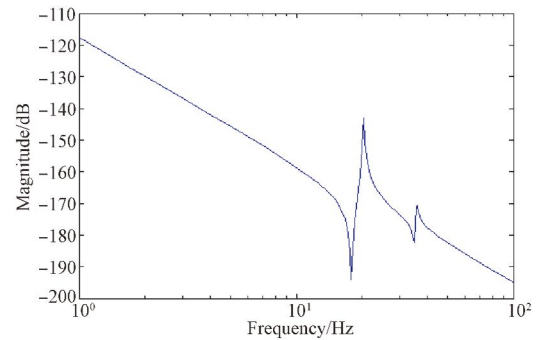


图 7 Tilt 轴驱动系统位置响应 Bode 图  
Fig. 7 Bode diagram of Tilt axis response

## 5 结 论

为满足重量和刚度的指标性要求,首先需要合理地分配各部分的刚度,做到良好的刚度匹配,避免刚度浪费;其次,优化结构和提高设计水平,争取在现有的条件下设计出一个拥有优秀的比刚度的三镜系统。本文通过适当的模型简化,利用前期设计数据建立了四质量点弹簧-质点模型。根据振动力学,使用特征值反解的方法得到了简化模型在 6 个广义方向上的刚度矩阵。简化模型与计算结果将被用来指导后期的结构设计和控制设计。使用有限元方法对分配结果进行了验证,验证结果显示, M3S 各部分刚度配比合理,使得系统的基频能够达到 15.1 Hz,满足设计要求。

本文方法对于大口径望远镜刚度设计具有重要的指导意义。

tertiary mirror system (M3S) [Z]. TMT. OPT. DRD, 2012.

- [3] GLADWELL G M L. *Inverse Problems in Vibration* [M]. Dordrecht: Martinus Noordhoff Publisher, 1986.
- [4] RAM Y M, GLADWELL G M L. Constructing a finite element model of a vibrating rod from eigendata [J]. *J. of Sound and Vibration*, 1994, 169(2):

- 229-237.
- [5] 胡锡炎,张磊,彭振赞. 由主子阵和缺损特征对构造 Jacobi 矩阵[J]. 计算数学,2000,22:345-354.  
HU X Y, ZHANG L, PENG ZH B. On the construction of a Jacobi matrix from its defective eigenpair and a principal submatrix [J]. *Mathematica Numerica Sinica*, 2000, 22:345-354. (in Chinese)
- [6] 安源,贾学志,张雷,等. 基于碳纤维复合材料的空间相机高比刚度主承载板优化设计[J]. 光学精密工程,2013, 21(2):416-422.  
AN Y, JIA X ZH, ZHANG L, *et al.*. Optimizing design of CFRT based main backbone with high stiffness ratio for space camera [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2013, 21(2): 416-422. (in Chinese)
- [7] 刘双杰,郝永平. S型折叠式微悬臂梁刚度计算[J]. 光学精密工程,2013, 21(2): 388-393.  
LIU SH J, HAO Y P. Calculation for spring constants of folded serpentine micro-cantilevers [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2013, 21(2): 388-393. (in Chinese)
- [8] 王槐,代霜,张景旭. 大型地平式望远镜的方位轴系支撑结构[J]. 光学精密工程,2012, 20(7): 1509-1516.  
WANG H, DAI SH, ZHANG J X. Azimuth shafting bearing structure in a large Alt-azimuth telescope [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2012, 20(7): 1509-1516. (in Chinese)
- [9] 程景全. 天文望远镜原理和设计[M]. 北京:中国科学技术出版社,2003.  
CHENG J Q. *Principles of Astronomical Telescope Design* [M]. Beijing:China Science & Technology Press, 2003. (in Chinese)
- [10] BELY P Y. *The Design and Construction of Large Optical Telescopes* [M]. Springer-Verlag, 2003.
- [11] 师汉民. 机械振动系统—分析·测试·建模·对策[M]. 武汉:华中科技大学出版社,2004, 2: 91-124.  
SHI H M. *Vibration Systems—Analyzing · Testing · Modeling · Controlling* [M]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology Press, 2004, 2: 91-124. (in Chinese)
- [12] 刘书田,胡瑞,周平,等. 基于筋板式基结构的大口径空间反射镜构型设计的拓扑优化方法[J]. 光学精密工程,2013, 21(7): 1803-1810.  
LIU SH T, HU R, ZHOU P, *et al.*. Topologic optimization for configuration design of web-skin-type ground structure based large-aperture space mirror [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2013, 21(7): 1803-1810. (in Chinese)
- [13] BOOR C De, GLOUB G H. The numerically stable reconstruction of a Jacobi matrix from spectral data [J]. *Linear Algebra Appl*, 1978 (21): 245-260.
- [14] GRAY L J, WILSON D G. Construction of a Jacobi matrix from spectral data [J]. *Linear Algebra Appl*, 1976(14): 131-134.
- [15] HALD O H. Inverse eigenvalue problem for Jacobi matrices [J]. *Linear Algebra Appl*, 1976(14): 63-85.

#### 作者简介:



杨 飞(1982—),男,湖北天门人,副研究员,2003年于哈尔滨工业大学获得学士学位,2009年于中国科学院长春光学精密机械与物理研究所获得硕士学位,主要从事大口径光电望远镜光机系统方面的研究。E-mail: yangflying@163.com